



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală  
17 februarie 2019

Clasa a VI-a

1. Trei numere naturale, nenule, distincte îndeplinesc condițiile:
  - i) dublul primului număr adunat cu triplul celui de-al doilea și cu de patru ori al treilea număr este 99;
  - ii) triplul primului număr este egal cu dublul celui de-al doilea număr;
  - iii) de cinci ori al doilea număr dă cât triplul celui de-al treilea număr.Aflați cele trei numere.
2. Să se determine numerele de forma  $a = 2^x \cdot 3^y$ ,  $x, y \in \mathbb{N}$ , știind că numărul  $30a$  are în mulțimea  $\mathbb{N}$  cu 20 de divizori mai mulți decât numărul divizorilor lui  $6a$ .
3. Se consideră două unghiuri adiacente  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$  de măsuri  $108^\circ$ , respectiv  $68^\circ$ . Semidreptele  $[OM$ ,  $[ON$  și  $[OP$  sunt bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$ , respectiv,  $\sphericalangle MON$ . Pe semidreapta opusă lui  $[OP$  considerăm un punct  $Q$ , iar în interiorul unghiului  $\sphericalangle AOQ$  alegem un punct  $D$  astfel încât  $\sphericalangle DOQ = 10^\circ$ . Să se arate că punctele  $B, O, D$  sunt coliniare.
4. Fie punctele  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$  situate în această ordine pe o dreaptă  $d$ , astfel încât  $A_0A_1 = 1 \text{ cm}$ ,  $A_1A_2 = 2 \text{ cm}$ ,  $A_2A_3 = 2^2 \text{ cm}$ ,  $\dots$ ,  $A_{n-1}A_n = 2^{n-1} \text{ cm}$ .
  - a) Determinați numărul natural  $p$ , astfel încât  $A_0A_p = 2047 \text{ cm}$ .
  - b) Dacă  $M$  este mijlocul segmentului  $A_2A_{12}$  și  $N$  este mijlocul segmentului  $A_4A_{10}$ , determinați măsura segmentului  $MN$ .

**Notă:**

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect se notează cu 7 puncte;
- Timp de lucru: 2 ore.